



Στατιστική Συμπερασματολογία με Στατιστικά Πακέτα

Παρουσίαση Εκπαιδευτή

Μαθησιακό Αντικείμενο:
Στοιχεία Πιθανοθεωρίας II

Εκπαιδευτικοί Στόχοι

Με την υλοποίηση του μαθησιακού αντικειμένου, ο καθένας από τους συμμετέχοντες θα μπορεί:

- Να κατανοεί τα θεωρητικά Στατιστικά Πρότυπα.
- Να υπολογίζει διωνυμικές πιθανότητες.
- Να εφαρμόζει τις παραμέτρους και να κατανοεί τη μορφή της Διωνυμικής κατανομής.
- Να κατανοεί την έννοια της κανονικής κατανομής και να χρησιμοποιεί τις ιδιότητές της.

Διωνυμική Κατανομή

Η διακριτή τυχαία μεταβλητή X ακολουθεί τη διωνυμική κατανομή με παραμέτρους n επαναλήψεις και p σταθερή πιθανότητα «επιτυχίας», συμβολίζοντας $X \sim B(n, p)$ όταν έχει συνάρτηση πιθανότητας:

$$f(x) = P(x, n, p) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x} \quad \text{ή}$$

$$p_x = \frac{n!}{x!(n-x)!} p^x q^{n-x}$$

Όπου $x=0,1,2,\dots, n$ αριθμός επιτυχιών σε n ανεξάρτητες επαναλήψεις του πειράματος και $p+q=1$, ενώ q παριστά τον αριθμό των «αποτυχιών».

Υπολογισμός διωνυμικών πιθανοτήτων

Η παραπάνω εξίσωση δίνει τις μεμονωμένες πιθανότητες x «επιτυχιών» σε n επαναλήψεις του πειράματος.

Για μικρό αριθμό επιτυχιών για τις οποίες επιθυμούμε να εκτιμήσουμε τις αντίστοιχες πιθανότητες εμφάνισής τους χρησιμοποιείται εναλλακτικά ο παρακάτω αναδρομικός τύπος:

$$P_{x+1} = \frac{n-x}{x+1} \frac{p}{q} P_x$$

Παράμετροι Διωνυμικής Κατανομής

Για τον υπολογισμό των βασικών παραμέτρων, που περιγράφουν πλήρως τη διωνυμική, δηλ. μέσος μ_x , διακύμανση σ_x^2 , τυπική απόκλιση σ_x , συντελεστές ασυμμετρίας β_1 και κύρτωσης β_2 , χρησιμοποιούνται οι παρακάτω σχέσεις:

$$\mu_x = E(X) = n \cdot p$$

$$\beta_1 = \frac{(q - p)^2}{n(pq)}$$

$$\sigma_x^2 = Var(X) = n \cdot p \cdot q$$

$$\beta_2 = 3 + \frac{1 - n(pq)}{n(pq)}$$

$$\sigma_x = \sqrt{n \cdot p \cdot q}$$

Κανονική κατανομή

Η κατανομή των Gauss-Laplace ή κανονική κατανομή μιας συνεχούς τυχαίας μεταβλητή X με παραμέτρους μ και σ^2 με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας η οποία δίνεται από την παρακάτω σχέση

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}, \quad -\infty < x < +\infty$$

Όπου $\pi=3,14159...$ και $e=2,71828...$